

# MICROECONOMÍA AVANZADA: TEORÍA DE JUEGOS

## EXAMEN FINAL

Facultad de Economía, Universidad de los Andes

Alvaro J. Riascos Villegas

Mayo 14 de 2019

No puede utilizar ningún tipo de notas, apuntes, libros o artículos. Cada estudiante tiene que hacer únicamente 4 ejercicios siguiendo las siguientes reglas. Estudiantes de maestría: son ejercicios obligatorios el 1 y el 5. Pueden elegir otros dos ejercicios entre los restantes. Estudiantes de doctorado: obligatorios 1, 5 y 6, pueden elegir otro ejercicio entre los restantes.

1. (20 puntos) Verdadero y falso. Determine si cada uno de los siguientes enunciados es falso o verdadero. Escriba una corta justificación de su respuesta. La nota depende de qué tan buena sea su justificación.
  - a) (4 puntos) En un juego bilateral de suma cero, si el jugador 1 tiene una estrategia maxmin en estrategias mixtas, entonces cualquier estrategia pura que se juegue con probabilidad positiva en la estrategia maxmin le da la misma utilidad al jugador 1, independientemente de lo que el otro haga.
  - b) (4 puntos) El mecanismo de estabilización de precios del sector agroindustrial estudiado no es balanceado en equilibrio. Es decir, en equilibrio, no siempre las cesiones son iguales a las compensaciones y por lo tanto es necesario utilizar fondos del gobierno para poder cumplir con la redistribución de recursos que propone.
  - c) (4 puntos) El concepto de mecanismo de coordinación estocástico permite que los agentes alcancen equilibrios más eficientes.
  - d) (4 puntos) El concepto de equilibrio perfecto en subjuegos restringe las estrategias de los jugadores por fuera del camino de equilibrio.
  - e) (4 puntos) En el contexto del problema del Rey Salomón, existe un mecanismo que induce juegos estáticos tales que, todos sus equilibrios de Nash que sobreviven la eliminación de estrategias dominadas débilmente, implementan la función de elección social del Rey Salomón.

2. (20 puntos) Considere el siguiente párrafo de la lectura El Análisis Empírico de los Informes Motivados: El Caso de las Cementeras:

*En términos generales toda la evidencia empírica y cuantitativa que presenta la SIC es consistente con un oligopolio dinámico, que compite en un mercado de un bien homogéneo (cemento gris) con una demanda inelástica y sin colusión. En efecto, la SIC llama la atención sobre cómo la teoría económica (página 232) ayuda a entender que, en un contexto dinámico, un oligopolio puede sostener un acuerdo colusivo tácito (precios y cantidades cercamos a un monopolio) como un equilibrio de Nash (una situación en la que ningún agente actuando en función de su propio beneficio, tiene incentivos unilaterales a desviarse). Esto está muy bien. Sin embargo, esa misma teoría económica dice que, en una interacción repetida de un oligopolio también se puede sostener como un equilibrio de Nash, un equilibrio sin colusión. No es entendible por qué el informe no resalta esta ambigüedad en la capacidad de la teoría de caracterizar de forma unívoca las interacciones dinámicas y se presenta solo una parte de la historia.*

En máximo un página explique, usando la teoría de juego repetidos estudiada en clase, cuál es el mensaje del párrafo (i.e., la clave está en el teorema de juegos repetidos con horizonte infinito).

3. (20 puntos) Juegos repetidos.
4. (20 puntos) Subastas de una unidad. Considere la siguiente desviación del modelo estándar de subastas. Los agentes son aversos al riesgo y su función de utilidad es la raíz cuadrada del beneficio neto. Mostrar que en la subasta al segundo precio decir la verdad es un equilibrio en estrategias dominantes débilmente.
5. (20 puntos). Subastas de múltiples unidades. Considere el siguiente problema de asignación de espacios publicitarios en motores de búsqueda en Internet. Los anunciantes ofertan cuánto están dispuestos a pagar por click y **hacen una única oferta** de búsquedas de ciertas palabras claves.

Solo hay tres espacios para ser asignados  $a$ ,  $b$  y  $c$  ( $a$  se puede interpretar como el anuncio que sale más arriba en una búsqueda de palabras claves). El *clickthrough rate* es 10, 4 y 0 respectivamente. Es decir, si alguien gana el primer puesto cuando el motor de búsqueda devuelve los resultados de ciertas palabras claves, el anunciante que gana el primer puesto (posición  $a$ ) esperaría que 10 usuarios hagan click en el link, el segundo (posición  $b$ ) esperaría que 4 usuarios hagan click, etc.

Hay tres anunciantes que denotamos por  $x, y, z$  y sus ganancias estimadas por click 7, 6 y 1 respectivamente. Es decir, la valoración de  $x$  de ocupar el primer puesto es 70, el segundo puesto 28, etc. y la valoración de  $y$  de ocupar el primer puesto es 60, el segundo puesto 24, etc.

El subastador (e.g. Google) le pide a los anunciantes que envíen su disponibilidad a pagar por click, ordena las ofertas de mayor a menor y de esa forma se asignan los espacios.

Considere este nuevo tipo de subasta de múltiples unidades pero en la que cada agente solo oferta por una unidad. Llamaremos este tipo de subasta la subasta Generalizada de Segundo Precio (GSP por sus siglas en inglés). Cada anunciante paga el costo de la oferta del anunciante inmediatamente debajo (el costo es el click through rate de la posición que se gana multiplicado por la disponibilidad a pagar por click revelada por el anunciante inmediatamente debajo). Por ejemplo, si las ofertas de los anunciantes  $x, y, z$  son 5, 4 y 2 respectivamente  $x$  gana la posición  $a$  y  $y$  la posición  $b$ , etc. En esta caso  $x$  tiene un beneficio por la posición  $a$  de  $70 = 10 \times 7$  y paga por esa posición  $40 = 10 \times 4$ .

Ahora suponga responda las preguntas abajo suponiendo que las ofertas de los anunciantes  $x, y, z$  son 5, 4 y 2, respectivamente.

- a) Cómo se asignan los espacios  $a, b, c$  en cada formato de subasta: discriminatoria y GSP.
  - b) Cuánto paga cada anunciante en cada formato de subasta (discriminatoria y GSP) por el espacio que le es asignado? Recuerde que cada anunciante gana uno y solo un espacio publicitario.
  - c) Cuanto es el ingreso del subastador en cada formato (discriminatoria y GSP) de subasta?
6. (20 puntos). Considere la subasta GSP descrita en el numeral anterior.
- a) Mostrar que ofertar la verdadera valoración no es un equilibrio cuando se usa la subasta generalizada de segundo precio GSP (Ayuda: si  $x$  reduce de forma unilateral su oferta a 5 mejora).
  - b) Mostrar que si los compradores ofertan 5, 4 y 2 respectivamente en la subasta GSP este es un equilibrio. Cuál es el ingreso del subastador?
  - c) Mostrar que si los compradores ofertan 3, 5 y 1 respectivamente en la subasta GSP este es un equilibrio. Cuál es el ingreso del subastador?